

XXXVII KONKURS MATEMATYCZNY IM. PROF. J. MARSZAŁA

I etap – 10 grudnia 2021

Zadania dla uczniów klas pierwszych

Zadanie 1.

Mieszkańcy miasta A mówią tylko prawdę, mieszkańcy miasta B – tylko kłamią, a mieszkańcy miasta C na przemian – mówią prawdę i kłamią. Dyżurny straży pożarnej odebrał telefon: „U nas jest pożar, przyjedźcie szybko!”. „Gdzie?” – spytał. „W mieście C” – usłyszał. Do którego z miast wyjechał wóz straży pożarnej gasić pożar? Odpowiedź uzasadnij.

Zadanie 2.

Długość prostokąta zwiększono o $p\%$, a jego szerokość zmniejszono o $p\%$, wskutek czego powstał prostokąt o polu o 16% mniejszym od pola pierwotnego prostokąta. Oblicz p .

Zadanie 3.

Przedstaw w najprostszej postaci wyrażenie.

$$\frac{x^4 - (x - 1)^2}{(x^2 + 1)^2 - x^2} + \frac{x^2 - (x^2 - 1)^2}{x^2(x + 1)^2 - 1} + \frac{x^2(x - 1)^2 - 1}{x^4 - (x + 1)^2}$$

Zadanie 4.

Wyznacz dziedzinę funkcji.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{|x - 2| - 4}}$$

XXXVII KONKURS MATEMATYCZNY IM. PROF. J. MARSZAŁA

I etap – 10 grudnia 2021

Zadania dla uczniów klas drugich

Zadanie 1.

Sporządź wykres funkcji.

$$f(x) = |(|x| + 1)^2 - 2|$$

Zadanie 2.

Wyznacz wartości $\cos\alpha$ oraz $\operatorname{tg}\alpha$, jeżeli $\sin\alpha = \frac{2\sqrt{n}}{n+1}$, przy założeniu, że α jest kątem ostrym oraz $n \in N$ i $n > 1$.

Zadanie 3.

Oblicz.

$$\sqrt{2} \cdot \left(\sqrt{4 + \sqrt{7}} - \sqrt{4 - \sqrt{7}} - \sqrt{2} \right)$$

Zadanie 4.

Zilustruj na płaszczyźnie układ

$$\begin{cases} x < 4 \\ y < 3 \\ x + y > 4 \end{cases}$$

XXXVII KONKURS MATEMATYCZNY IM. PROF. J. MARSZAŁA

I etap – 10 grudnia 2021

Zadania dla uczniów klas trzecich

Zadanie 1.

Dla jakich wartości parametru k równanie $x^2 - 2mx + (2m - k) = 0$ ma dwa pierwiastki rzeczywiste dla każdej liczby rzeczywistej m ?

Zadanie 2.

Udowodnij, że jeżeli kwadraty sinusów kątów trójkąta tworzą ciąg arytmetyczny, to kwadraty odpowiednich boków tego trójkąta również tworzą ciąg arytmetyczny.

Zadanie 3.

Sporządź wykres funkcji.

$$f(x) = \frac{|x + 2|}{x - 2}$$

Zadanie 4.

Wykaż, że w każdym trapezie odcinek łączący środki jego przekątnych jest równoległy do podstaw i ma długość równą połowie różnicy ich długości.