

XXXIV KONKURS MATEMATYCZNY
im. Prof. J. MARSZAŁA (etap powiatowy)
(18 październik 2018 r. godz. 10.00 – 12.00)

ZADANIA DLA UCZNIÓW KLAS PIERWSZYCH

Zadanie 1.

W trapezie równoramiennym ABCD poprowadzono wysokość CE, która podzieliła ten trapez na czworokąt i trójkąt. Wykaż, że stosunek pola czworokąta AECD do pola trójkąta EBC wynosi $\frac{a+3b}{a-b}$, gdzie $|AB| = a$, $|CD| = b$ oraz $AB \parallel CD$.

Zadanie 2.

Rozwiąż równanie :
$$\frac{\frac{x-1}{2}-1}{2} = \frac{\frac{x+1}{3}+1}{3}.$$

Zadanie 3.

Średnia wieku 31 uczestników szkolnej wycieczki wynosi 17 lat. Jeżeli doliczymy wiek 3 dorosłych opiekunów średnia wzrośnie do 18 lat. W jakim wieku był każdy z opiekunów, jeżeli wiadomo że wiek najstarszego wyraża się liczbą pierwszą, a najmłodszy ma k^2 lat, gdzie k jest liczbą całkowitą. Odpowiedź uzasadnij.

ZADANIA DLA UCZNIÓW KLAS DRUGICH

Zadanie 1.

Wykaż, że 3 środkowe dzielą dowolny trójkąt na 6 trójkątów o równych polach.

Zadanie 2.

Wykaż, że równanie : $2x^2 - 2 = \frac{x^3 - x + 3}{y}$ nie ma rozwiązania w zbiorze liczb całkowitych.

Zadanie 3.

Oblicz wartość wyrażenia :
$$\frac{|1-\sqrt{2}-\sqrt{3}|}{|\sqrt{2}-\sqrt{3}+1|} + \frac{|1+\sqrt{2}-\sqrt{3}|}{|\sqrt{3}-\sqrt{2}-1|} + \frac{|1-\sqrt{2}+\sqrt{3}|}{|1+\sqrt{2}+\sqrt{3}|}.$$

Wynik zapisz w postaci $a + b\sqrt{c}$, gdzie $a, b, c \in \mathbb{C}_+$.

ZADANIA DLA UCZNIÓW KLAS TRZECICH

Zadanie 1.

Wykaż, że w każdym wypukłym czworokącie środki boków tworzą równoległobok o polu 2 razy mniejszym niż pole tego czworokąta.

Zadanie 2.

Znajdź wszystkie takie wielomiany $W(x) = x^3 - ax^2 + bx - c$, które posiadają trzy naturalne pierwiastki, współczynniki a, b, c są liczbami pierwszymi oraz suma $a + b + c$ jest całkowitą wielokrotnością 3.

Zadanie 3.

Wyznacz najmniejszą wartość funkcji $f(x) = x^{2000} + 1 + x^{10} + x^8 + 2018x^{-1}$ dla $x > 0$.