

XXXIX Konkurs Matematyczny im. prof. Jana Marszała

5.12.2023 godz. 10:00

Zadania etap powiatowy

Poziom junior

Zadanie 1

Wykazać, że dla każdej liczby rzeczywistej x prawdziwa jest nierówność

$$x^4 - x^3 + x^2 - x + 1 > 0$$

Zadanie 2

Określ liczbę rozwiązań równania $|mx| + x = m$ w zależności od parametru m .

Zadanie 3

W wycinek koła o promieniu R i kącie środkowym $\frac{\pi}{3}$ wpisano okrąg. Oblicz pole powierzchni figury ograniczonej tym okręgiem.

XXXIX Konkurs Matematyczny im. prof. Jana Marszała

5.12.2023 godz. 10:00

Zadania etap powiatowy

Poziom senior

Zadanie 1

Dla jakich wartości a i b ($a \neq 0$ i $b \neq 0$) wykresy funkcji

$$y = a \cdot 2^x + b \quad \text{i} \quad y = b \cdot 2^{-x} + a$$

przecinają się w jednym punkcie?

Zadanie 2

Dla jakich wartości parametru a suma kwadratów wszystkich pierwiastków równania

$$2\log_a|x - 1| - \log_a x = 1$$

jest równa 34?

Zadanie 3

Dany jest nieskończony, zbieżny ciąg geometryczny $x, 1, \dots$. Dla jakich wartości x trzeci i czwarty wyraz tego ciągu są sinusem i cosinusem tego samego kąta?