

**III Podkarpacki Konkurs Matematyczny**  
**dla uczniów klas pierwszych szkół ponadgimnazjalnych**  
**Etap rejonowy**  
26 kwietnia 2003 r. godzina 10.00  
(150 minut)

1. Rozwiąż układ równań: 
$$\begin{cases} \frac{xy}{x+y} = 2 \\ \frac{yz}{y+z} = \frac{1}{2} \\ \frac{zx}{z+x} = 1 \end{cases}.$$

2. Udowodnij, że dla każdej liczby nieparzystej  $n$  liczba  $n^3 + 3n^2 - n - 3$  jest podzielna przez 48.
3. Z przeciwległych wierzchołków prostokąta o bokach długości  $a, b$  ( $a > b$ ) poprowadzono odcinki prostopadłe do przekątnej. Odcinki te podzieliły przekątną na trzy równe części. Znajdź stosunek boków tego prostokąta.
4. Oblicz pole trapezu równoramiennego, którego przekątne są do siebie prostopadłe, a wysokość opuszczona na podstawę ma długość 7.
5. Wykaż, że jeśli  $a, b, c$  są liczbami rzeczywistymi dodatnimi i  $abc = 1$ , to zachodzi nierówność:  $ab + bc + ac + a + b + c \geq 6$ .

**Powodzenia !**