



**Zadania na XXII Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejca
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Finał

25 marca 2023r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Udowodnij, że dla dowolnych $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ takich, że $a + b = 0$, $c + d = 0$ zachodzi równość
$$\sqrt{a^2 + b^2 + c^2 + d^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\sqrt{a^2 + c^2} + \sqrt{b^2 + d^2})$$
2. Znaleźć wszystkie liczby naturalne n , aby liczby postaci $n + 1$ i $n - 50$ były kwadratami liczb naturalnych.
3. Wyznacz wszystkie wartości wymierne parametru a , dla którego funkcja $f(x) = ax^2 + (a + 1)x + a - 1$ ma dwa różne miejsca zerowe całkowite.
4. Symetralna przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego ABC przecina przeciwprostokątną AB w punkcie O , przyprostokątną AC ($|AC| > |BC|$) w punkcie K , a przedłużenie przyprostokątnej BC w punkcie M . Oblicz długości boków trójkąta ABC wiedząc, że $|OK| = a$, $|OM| = b$.
5. W trójkącie ABC punkt D należy do boku AB i $|AD| = 1$, $|BD| = 2$. Obliczyć długości boków AC i BC wiedząc, że $|\angle BAC| = 45^\circ$, $|\angle BDC| = 60^\circ$.

Powodzenia!